Ejercicio

Resuelva lo que se solicita, por el método de Simpson 1/3, tome los datos de la muestra de la tabla 1.

Muestra i	1	2	3	4	5	6
$F(x_i)$	9.0	13.4	18.7	23	25.1	27.2
x_i	500.0	900.0	1400.0	1800.0	2000.0	2200.0

1. Aproxime el área bajo la curva para el intervalo ini=500, fin=1800 por el método de Simpson 1/3

$$h = \frac{1800 - 500}{2} = 650$$

X_{ini} = 500	$f(x_{ini})$= f(500) = 9
X_{med} = x0 + h = 500 + 650 = 1150	$f(x_{med})$ = f(16.0129) *Obtenida anexo 1*
X_{fin} = 1800	$f(x_{fin})$=f(1800) = 23

$$\int_{ini}^{fin} f(x)dx \approx \frac{h}{3}\left(f(x_{ini}) + 4f(x_{med}) + f(x_{fin})\right)$$

$$\int_{ini}^{fin} f(x)dx \approx \frac{650}{3}(9 + 4(16.0129) + 23)$$

$$\int_{ini}^{fin} f(x)dx \approx 216.667(9 + 64.0516 + 23)$$

$$\int_{ini}^{fin} f(x)dx \approx 216.667(96.0516)$$

$$\int_{ini}^{fin} f(x)dx \approx 20811.21202u^2$$

Anexo 1.

Para interpolar el valor de la función evaluada en 1150 aquí se usa el método de mínimos cuadrados usando una recta.

Se usa la siguiente fórmula

$$m = \frac{n\sum_{i=1}^{n} f(x_i)x_i - \left(\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} f(x_i)x_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

Ahora se construye una tabla que facilite la aplicación de las formulas

i	x_i	$f(x_i)$	x_i^2	$x_i * f(x_i)$
1	500	9.0	250,000	4,500
2	900	13.4	810,000	12,060
3	1,400	18.7	1’960,000	26,180
4	1,800	23.0	3’240,000	41,400
5	2,000	25.1	4’000,000	50,200
6	2,200	27.2	4’840,000	59,840
	$\sum_{i=1}^{6} x_i = 8,800$	$\sum_{i=1}^{6} f(x_i) = 116.4$	$\sum_{i=1}^{6} fx_i^2 = 15'100,000$	$\sum_{i=1}^{6} x_i f(x_i) = 194,180$

donde n es el número de muestras consideradas

Ahora se remplazan los valores

$$m = \frac{6*194,180 - (116.4)(8800)}{6*15'100,000 - 8800^2} = \frac{1'165,080 - 1'024,320}{90'600,000 - 77'440,000} = \frac{140,760}{13'160,000} = 0.010696048$$

$$b = \frac{(116.4)(15'100,000) - (8800)(194,180)}{6*15'100,000 - (8800)^2}$$

$$b = \frac{1'757,640,000 - 1'708,784,000}{90'600,000 - 77'440,000} = \frac{48'856,000}{13'160,000} = 3.712462006$$

$y = mx + b$

y o f(x) o f(1150)=0.010696048(1150)+3.712462006

f(1150)=16.01291721