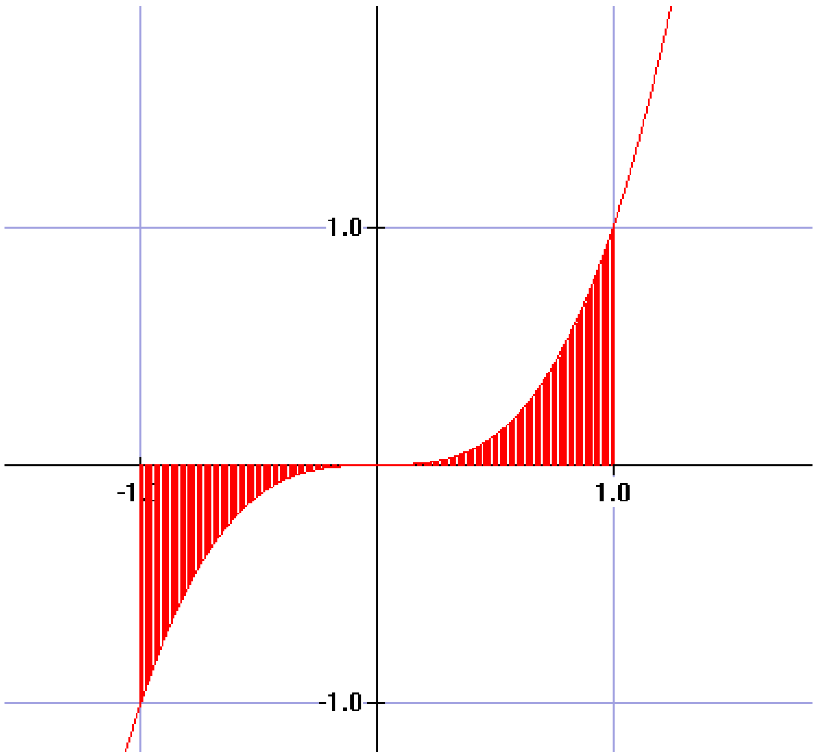
Ejercicio

Use el método de Simpson 1/3 para integrar la siguiente función:

$$\int_{-1}^{1} x^3 dx$$

La grafica de la función es la siguiente



En la grafica podemos ver la sección donde queremos saber el área con el intervalo dado [-1,1]
Empezamos Calculamos h con la siguiente fórmula:
Donde a=-1 y b=1

$$h=\frac{b-a}{2}\frac{1-(-1)}{2}=\frac{2}{2}=1$$

Ahora calculamos Xmed con la sig. Formula

$$Xmed=\frac{a+b}{2}=\frac{-1+1}{2}=\frac{0}{2}=0$$

Ahora que ya tenemos h y Xmed podemos aplicar la formula de Simpson 1/3 que es la siguiente:

$$\int_{inicio}^{fin} f(x)dx \approx \frac{h}{3}\left(f(inicio)+4(Xmed)+f(fin)\right)$$

Sustituyendo tenemos:

$$\int_{-1}^{1} x^3 dx \approx \frac{1}{3}\left(f(-1) + 4(0) + f(1)\right)$$

f(-1)=-1, f(1)=1

$$\int_{-1}^{1} x^3 dx \approx \frac{1}{3}(-1 + 0 + 1) = 0$$

Como podemos ver el resultado da cero y esto se debe que analíticamente el área que buscamos es cero porque es la suma de las dos áreas que se observan en la grafica y como una está en el 3er cuadrante se considera negativa y como son del mismo valor al sumarse es cero así que como tenemos un intervalo en se puede expresar [-a, b=a] podemos realizar una integral cuyo nuevo intervalo seria de [0,b] y el resultado multiplicarlo por dos ya que son dos áreas iguales y nos dará el área total que es la que se busca.

$$2\int_{0}^{1} x^3 dx$$

Aplicando de nuevo Simpson 1/3:

$$2\int_{0}^{1} x^3 dx \approx \frac{\frac{(1-0)}{2}}{3}\left(f(0) + 4f(\frac{0+1}{2}) + f(1)\right) = \frac{0.5}{3}(0 + 4(0.125) + 1) = 0.25$$

Pero como el resultado se multiplica por dos entonces:
A=2(0.25)
Por lo tanto el área buscada es: **A=0.5u^2**