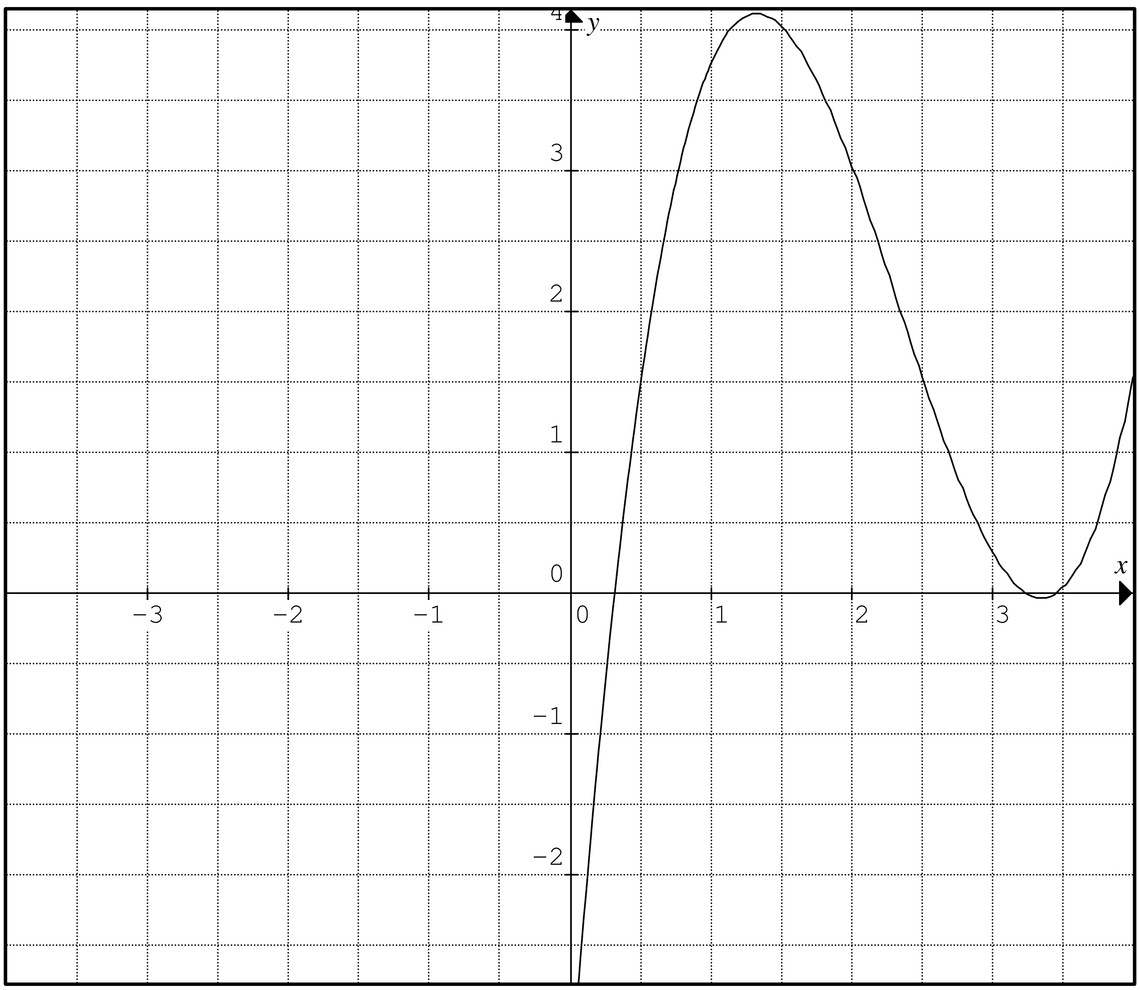
Ejemplo 02

Resolver la ecuación:

$$x^3 - 7{,}014x^2 + 13.324x - 3.548 = 0$$

Utilizando el Método de Newton –Raphson hasta obtener un error de 0.00001



Para obtener una primera estimación x_0 de la situación de la raíz podrá utilizarse una grafica aproximada de la función $f(x)$.

Solución:

La función $x^3 - 7{,}014x^2 + 13.324x - 3.548$ es polinomica cúbica, por lo que la ecuación $f(x) = 0$ tendrá tres maíces, las tres raíces están cerca de los puntos $x = 0 = 0, x = 3 \quad y \quad x = 3.5$ .Partiendo del punto inicial $x_0 = 3.5$, se utilizara la ecuación obtenida para generar los puntos próximos siguientes.

$$x_1 = x_0 - \frac{x_0^{\ 3} - 7{,}014x_0^{\ 2} + 13.324x_0 - 3.548}{3x_0^{\ 2} - 14{,}028x_0 + 13.324}$$

Evaluando el punto $x_0 = 3.5$ en la función y en la derivada

$$x_1 = 3.5 - \frac{(3.5)^3 - 7{,}014(3.5)^2 + 13.324(3.5) - 3.548}{3(3.5)^2 - 14{,}028(3.5) + 13.324}$$

$$x_1 = 3.5 - \frac{0.0395}{0.976} = 3.459528689$$

Evaluando el valor x_1 en la función:

$$f(3.459528689) = (3.459528689)^3 - 7{,}014(3.459528689)^2 + 13.324(3.459528689) - 3.548)$$

$$= 0.005643524 \quad \rangle \quad 0.00001$$

Segunda iteración:

Nota: para mayor precisión utilizar todos los decimales.

$$x_1 = 3.4595 - \frac{(3.4595)^3 - 7{,}014(3.4595)^2 + 13.324(3.4595) - 3.548}{3(3.4595)^2 - 14{,}028(3.4595) + 13.324}$$

$$x_1 = 3.4595 - \frac{0.005643524}{0.698747797} = 3.451452063$$

$$f(3.451452063) = (3.451452063)^3 - 7{,}014(3.451452063)^2 + 13.324(3.451452063) - 3.548$$
$$= 0.000218951 \quad \rangle \quad 0.00001$$

Tercera iteración:

$$x_1 = 3.4514 - \frac{(3.4514)^3 - 7{,}014(3.4514)^2 + 13.324(3.4514) - 3.548}{3(3.4514)^2 - 14{,}028(3.4514) + 13.324}$$

$$x_1 = 3.4514 - \frac{0.000218951}{0.644594488} = 3.451112391$$

$$\begin{aligned} f(3.451112391) &= (3.451112391)^3 - 7{,}014(3.451112391)^2 + 13.324(3.451112391) - 3.548 \\ &= 0.000000386 \quad \rangle \quad 0.00001 \end{aligned}$$