Interpolación por ajuste exacto, Lagrange

Obtenga la aproximación polinomial de Lagrange con todos los puntos.
Interpole el valor de la función en 1.8

i	0	1	2	3
x	0	1	3	6
F(xi)	-3	0	5	7

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) f(x_i)$$

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

Desglosando esta formula se tiene, que

$$\begin{aligned} P_n(x) = \; & \cancel{\frac{(x-x_0)}{(x_0-x_0)}} * \frac{(x-x_1)}{(x_0-x_1)} * \frac{(x-x_2)}{(x_0-x_2)} * \frac{(x-x_3)}{(x_0-x_3)} * (-3) + \\ & \frac{(x-x_0)}{(x_1-x_0)} * \cancel{\frac{(x-x_1)}{(x_1-x_1)}} * \frac{(x-x_2)}{(x_1-x_2)} * \frac{(x-x_3)}{(x_1-x_3)} * 0 + \\ & \frac{(x-x_0)}{(x_2-x_0)} * \frac{(x-x_1)}{(x_2-x_1)} * \cancel{\frac{(x-x_2)}{(x_2-x_2)}} * \frac{(x-x_3)}{(x_2-x_3)} * 5 + \\ & \frac{(x-x_0)}{(x_3-x_0)} * \frac{(x-x_1)}{(x_3-x_1)} * \frac{(x-x_2)}{(x_3-x_2)} * \cancel{\frac{(x-x_3)}{(x_3-x_3)}} * 7 \end{aligned}$$

Aunque aquí exprofesamente se ha dejado cuando i=j , aunque en la formula se omite y es para mostrar que se hace 0 y se indetermina motivo por el cual esta parte es eliminada

$$\begin{aligned} P_n(x) = \; & \frac{(x-x_1)}{(x_0-x_1)} * \frac{(x-x_2)}{(x_0-x_2)} * \frac{(x-x_3)}{(x_0-x_3)} * (-3) + \\ & \frac{(x-x_0)}{(x_2-x_0)} * \frac{(x-x_1)}{(x_2-x_1)} * \frac{(x-x_3)}{(x_2-x_3)} * 5 + \\ & \frac{(x-x_0)}{(x_3-x_0)} * \frac{(x-x_1)}{(x_3-x_1)} * \frac{(x-x_2)}{(x_3-x_2)} * 7 \end{aligned}$$

Ahora se llena con los valores de la tabla

$$
\begin{aligned}
P_n(x) = \; & \frac{(x-1)}{(0-1)} * \frac{(x-3)}{(0-3)} * \frac{(x-6)}{(0-6)} * (-3) + \\
& \frac{(x-0)}{(3-0)} * \frac{(x-1)}{(3-1)} * \frac{(x-6)}{(3-6)} * 5 + \\
& \frac{(x-0)}{(6-0)} * \frac{(x-1)}{(6-1)} * \frac{(x-3)}{(6-3)} * 7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_n(x) = \; & \frac{(x-1)(x-3)(x-6)}{-18} * (-3) + \\
& \frac{(x-0)(x-1)(x-6)}{-18} * 5 + \\
& \frac{(x-0)(x-1)(x-3)}{90} * 7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_n(x) = \; & \frac{(x-1)(x-3)(x-6)}{-6} + \\
& \frac{(x-0)(x-1)(x-6)}{-18} * 5 + \\
& \frac{(x-0)(x-1)(x-3)}{90} * 7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_n(x) = \; & \frac{(x^2-4x+3)(x-6)}{6} + \\
& \frac{(x^2-x)(x-6)}{-18} * 5 + \\
& \frac{(x^2-x)(x-3)}{90} * 7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_n(x) = \; & \frac{(x^3-4x^2+3x-6x^2+24x-18)}{6} + \\
& \frac{(x^3-6x^2-x^2+6x)}{-18} * 5 + \\
& \frac{(x^3-3x^2-x^2+3x)}{90} * 7
\end{aligned}
$$

$$P_n(x) = \frac{(x^3 - 10x^2 + 27x - 18)}{6} + \frac{(x^3 - 7x^2 + 6x)}{} * -0.2777 + \frac{(x^3 - 4x^2 + 3x)}{} * 0.07777$$

$$P_n(x) = (0.16666x^3 - 1.6666x^2 + 4.5x - 3) + (-0.2777x^3 + 1.9439x^2 - 1.6662x) + (0.07777x^3 - 0.31108x^2 + 0.2331x)$$

$$P_n(x) = -0.03327x^3 - 0.03378x^2 + 3.0669x - 3$$

Ahora se puede interpolar cuando X=1 para comprobar la eficiencia del método

$$P(1) = -0.03327(1)^3 + 0.3378(1)^2 + 3.0669(1) - 3$$
$$P(1) = -0.03327(1) + 0.03378(1) + 3.0669(1) - 3$$
$$P(1) = -0.03327 - 0.03378 + 3.0669 - 3$$
$$P(1) = 0.00015$$

Ahora se puede interpolar cuando X=2

$$P(2) = -0.03327(2)^3 + 0.3378(2)^2 + 3.0669(2) - 3$$
$$P(2) = -0.03327(8) + 0.03378(4) + 3.0669(2) - 3$$
$$P(2) = -0.26616 - 0.13512 + 6.1338 - 3$$
$$P(2) = 2.73244$$

i	0	1		2	3
x	0	1	2	3	6
F(xi)	-3	0	**2.73244**	5	7

Ahora se puede interpolar cuando X=3

$$P(2) = -0.03327(3)^3 + 0.3378(3)^2 + 3.0669(3) - 3$$
$$P(2) = -0.03327(27) + 0.03378(9) + 3.0669(3) - 3$$
$$P(2) = -0.89829 - 0.30402 + 9.2007 - 3$$
$$P(2) = 4.99839$$